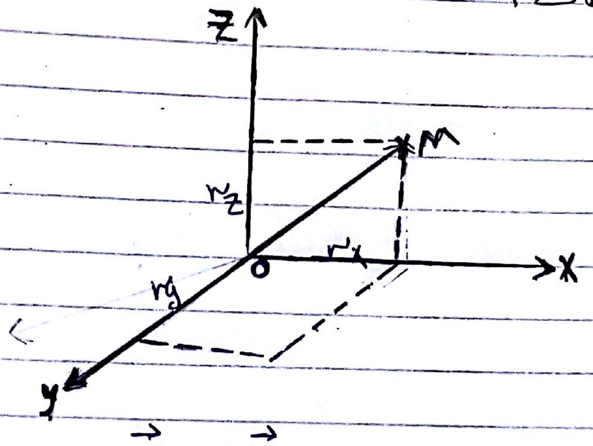
دراسة الحركة بالطريقة الشعاعية والطبيعية

2 طريقة المتجهات :



$\vec{r} = o\vec{M}$ شعاع الموضع

$$\vec{r} = x\vec{i} + y\vec{j} + z\vec{K}$$

مثال توضيحي :

$x = 2t$

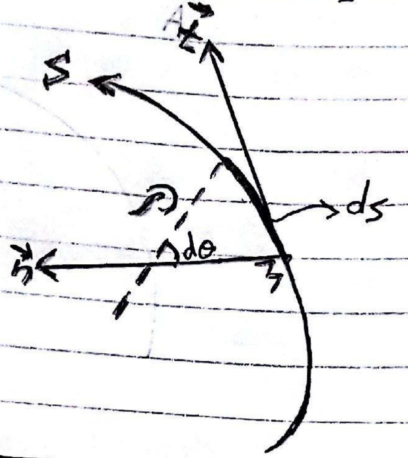
$y = 2t^3 - t$

$z = 3t$

$$\vec{r} = (2t)\vec{i} + (2t^3 - t)\vec{j} + (3t)\vec{K}$$

ملاحظة : الفرق بين الطريقة الديكارتية والشعاعية هي المعادلات فقط .

3] طريقة الاحداثيات الطبيعية:



S : مسار الحركة الطبيعية.

$\vec{t}$: محور مماس للمسار S باتجاه القمر.

$\vec{n}$: عامودي على المحور t

ds : الفاصلة التي يقطعها المتحرك خلال dt فاصلة زمنية

ρ : نصف قطر التقوس.

معادلة المسار: $S = f(t)$

السرعة:

$$v = \frac{ds}{dt} \Rightarrow ds = d\theta\,\rho$$

$$v = \rho \frac{d\theta}{dt} \Rightarrow v = \rho \cdot \dot{\theta}$$

التسارع:

$$\vec{A} = \vec{A^n} + \vec{A^t}$$

التسارع الكلي = تسارع ناظمي + تسارع مماسي

متعامدان:

$$A^n = \frac{v^2}{\rho}$$ (جهته من النقطة المدروسة نحو مركز التقوس)

$$A^t = \frac{dv}{dt} = \ddot{s}$$

المشتقة سالب جهة عكس v

المشتقة موجب جهة مع v

ملاحظة: 1) في الطريقة الطبيعية مشتق السرعة هو التسارع المماسي فقط.

2) عندما تكون الحركة مستقيمة يكون لها تسارع مماسي فقط (التسارع الناظمي صفر معدوم)

3) عندما تكون الحركة منتظمة (ثابتة) لها تسارع ناظمي فقط (التسارع المماسي صفر معدوم)

Scanned by CamScanner

1/65

خلال فترة زمنية معينة من الحركة يتحرك الدليل الرأسي G إلى اليمين بسرعة منتظمة مقدارها 20 mm/sec في الاتجاه الأفقي، وبسبب حركة المسمار P (Pin) في مجرى ثابت له هيئة قطع مكافئ معادلته ($y = \frac{x^2}{160}$) حيث x و y تقاس بالمليمتر.

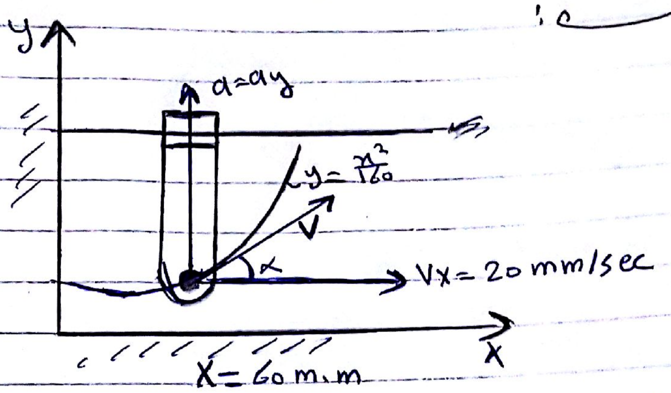
المطلوب:

* في اللحظة المبينة في الشكل والتي توافق (x = 60mm) حساب ما يلي:

1- سرعة المسمار P ؟

2- تسارع المسمار P ؟

الحل:



الحل:

$$\vec{V} = \vec{V}_x + \vec{V}_y$$

$$v_x = 20 mm/sec$$

$$v_y = \frac{dy}{dt} = \frac{dy}{dx} \cdot \frac{dx}{dt} = \frac{2x}{160} \cdot v_x$$

$$v_y = \frac{x}{80} \cdot v_x \Rightarrow v_y = \frac{x}{80} \cdot 20$$

معادلة المسار في المحور y. $\Rightarrow v_y = \frac{x}{4} \Rightarrow$ $\boxed{v_y = 15 mm/sec}$

$$v_P = \sqrt{v_x^2 + v_y^2} = \sqrt{20^2 + 15^2}$$

$$\Rightarrow \boxed{v_P = 25 mm/sec}$$

Scanned by CamScanner

$$\alpha = \cos(\vec{V}, \vec{x}) = \frac{v_x}{v} = \frac{20}{25}$$

$$\alpha = \cos^{-1}\left(\frac{20}{25}\right) \Rightarrow \boxed{\alpha = 36.8^\circ}$$

[2]

$$\vec{A} = \vec{A}_x + \vec{A}_y$$

$$a_x = \frac{dv_x}{dt} \Rightarrow a_x = 0$$

(سرعة ثابتة منتظمة) $; v_x = const$

$$a_y = \frac{dv_y}{dt} = \frac{dv_y}{dx} \cdot \frac{dx}{dt} = \frac{d(x/4)}{dt} \cdot v_x$$

$$a_y = \frac{1}{4} \times 20 \Rightarrow \boxed{a_y = 5\ mm/sec^2}$$

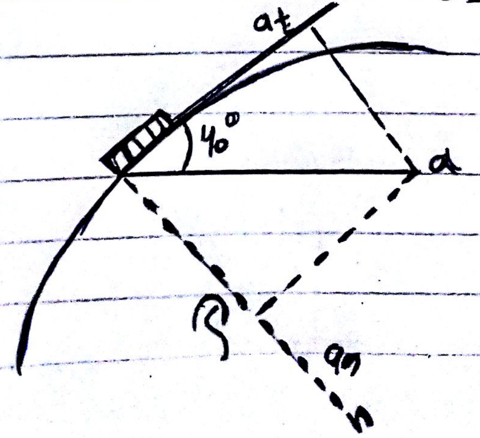
$$\Rightarrow a = a_y = 5\ mm/sec^2 \uparrow$$

ملاحظة: عندما نضع الجواب نضع القيمة والواحدة والاتجاه.

سيارة تتحرك على مسار منحني بإذا كان التسارع الكلي للسيارة يساوي $3m/sec^2$ وفق الاتجاه المبين في الشكل عند نصف قطر الانحناء $50m$ المطلوب حساب مايلي:

1) سرعة حركة السيارة؟

2) التسارع المماسي للسيارة؟



Scanned by CamScanner

الحل :

$$a^n = \frac{v^2}{\rho}$$

نستنتج من الشكل :

$a^t = a \cos 40$

$a^t = 3 \cos 40 \Rightarrow$ $a^t = 2{,}3 \ m/sec^2$

$a^n = a \sin 40$

$a^n = 3 \sin 40 \Rightarrow$ $a_n = 2 \ m/sec^2$

$$\Rightarrow a^n = \frac{v^2}{\rho} \Rightarrow v^2 = a_n \rho = 2 \times 50 = 100$$

$v^2 = 100 \Rightarrow$ $v = 10 \ m/sec$

5
67

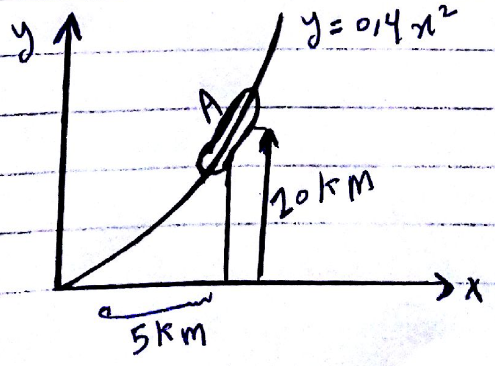
تحلق طائرة نفاثة A (Jet Plane) ، بسرعة مقدارها 200 m/sec وبتسارع مماسي مقداره $0{,}8 \ m/sec^2$ ، على مسار منحنى معادلته $(y = 0{,}4x^2)$ كما هو مبين بالشكل ، المطلوب عندما تكون $(x = 5 \ Km)$ حساب ما يلي :

1) نصف قطر تقوس المسار ؟

2) التسارع الكلي للطائرة ؟

ملاحظة : يعطى نصف قطر تقوس المسار بالعلاقة :

$$* \text{---} \rho = \frac{\left[1 + (dy/dx)^2\right]^{3/2}}{(d^2y/dx^2)}$$



Scanned by CamScanner

لتبسيط القانون (*)

$$\rho = \left(\frac{1 + y'^2}{y''}\right)^{\frac{3}{2}}$$

$$y' = \frac{dy}{dx} = 0{,}8x$$

$$y'' = 0{,}8$$

$$\Rightarrow \rho = \frac{(1 + (0{,}8x)^2)^{\frac{3}{2}}}{0{,}8} \Rightarrow \rho = \frac{(1 + (0{,}8(5))^2)^{\frac{3}{2}}}{0{,}8}$$

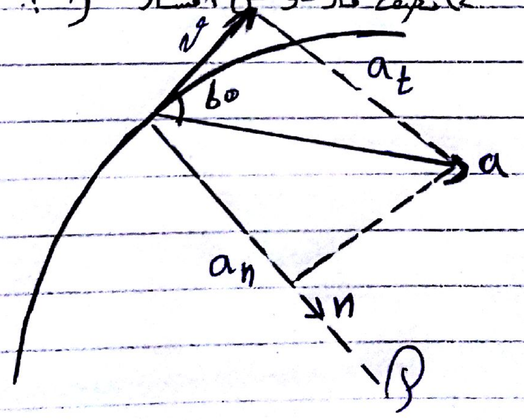
$$\Rightarrow \boxed{\rho = 87{,}62 \text{ Km}}$$

$$a = \sqrt{a_n^2 + a_t^2}$$

$$a_n = \frac{v^2}{\rho} = \frac{(200)^2}{87{,}62 \times 10^3} = 0{,}45 \text{ m/sec}^2$$

$$\Rightarrow a = \sqrt{(0{,}45)^2 + (0{,}8)^2} = 0{,}92 \text{ m/sec}^2$$

ع 67 تحلق طائرة نفاثة P (Jet plane) بسرعة مقدارها 120 m/sec وتسارع أفقي مقداره 20 m/sec^2 على مسار منحني كما هو مبين بالشكل المطلوب حساب ما يلي: 1) التسارع المماسي للطائرة P؟، 2) نصف قطر تقوس المسار ρ؟



Scanned by CamScanner

الحل:

$$a^t = a\cos 60 = 20 \times \frac{1}{2} = 10\ m/sec^2$$

$$a^n = a\sin 60 = 20 \times \frac{\sqrt{3}}{2} = 10\sqrt{3}\ m/sec^2$$

$$\rho = \frac{v^2}{a_n} = \frac{(120)^2}{10\sqrt{3}} = 832\ m$$

ملاحظة: لحساب ρ إما تكون معطاة بالمسألة أو بالشكل

$$\rho = \frac{(1+y'^2)^{\frac{3}{2}}}{y''}$$

أو

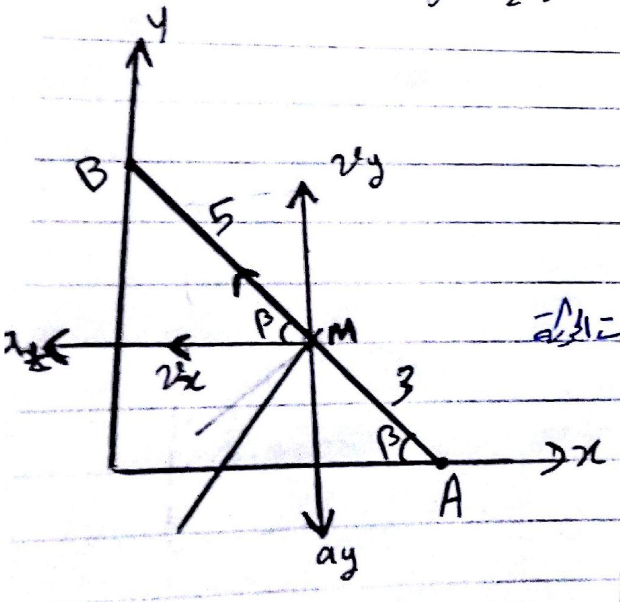
$$A^n = \frac{v^2}{\rho} \Rightarrow \rho = \frac{v^2}{A^n}$$

سلم طوله 8m يستند على جدارين المطلوب:

1) معادلة المسار لنقطة M من السلم.

2) معادلات الحركة للنقطة M ومعادلة المسار عند الوضع $\beta = \frac{\pi}{2} t$

3) سرعة وتسارع المسار؟



$$y_A = 0$$

$$x_A = 8\cos\beta$$

$$x_B = 0$$

$$y_B = 8\sin\beta$$

معادلات الحركة:

$$x_m = 5\cos\beta \Rightarrow x_m/5 = \cos\beta \quad \text{--- (1)}$$

$$y_m = 3\cos\beta \Rightarrow y_m/3 = \cos\beta \quad \text{--- (2)}$$

نربع (1) و(2) ثم نجمع:

$$\frac{x_m^2}{25} + \frac{y_m^2}{9} = 1$$

معادلة المسار قطع ناقص

Scanned by CamScanner

ملاحظة: عند ما تكون النقطة في منتصف السلم تكون معادلة المسار دائرة.

السرعة v:

$$\vec{V} = \vec{V}_x + \vec{V}_y$$

$$v_x = \frac{dx}{dt} = \frac{d(5\cos\beta)}{dt} = \frac{d(5\cos\frac{\pi}{2}t)}{dt}$$

$$\Rightarrow v_x = -5\frac{\pi}{2}\sin\beta$$

$$v_y = \frac{dy}{dt} = \frac{d(3\sin\beta)}{dt} = \frac{d(3\sin\frac{\pi}{2}t)}{dt}$$

$$\Rightarrow v_y = 3\frac{\pi}{2}\cos\beta$$

ملاحظة: لحساب v كلية تكون معطاة السرعة في زمن معين.

$$\vec{A} = \vec{A}_x + \vec{A}_y$$

$$a_x = \frac{dv_x}{dt} = \frac{d(-5\frac{\pi}{2}\sin\beta)}{dt} \Rightarrow a_x = -5\left(\frac{\pi}{2}\right)^2\cos\beta$$

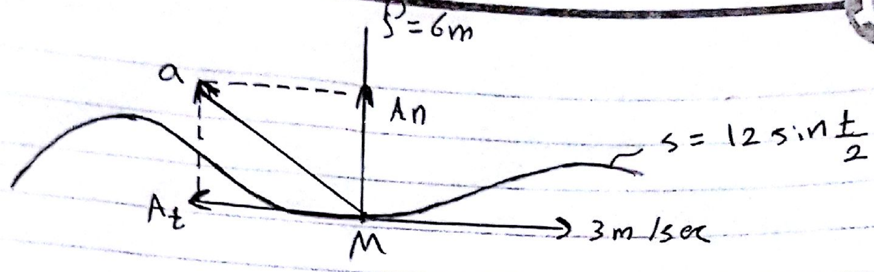
$$a_y = \frac{dv_y}{dt} = d(3\frac{\pi}{2}\cos\beta) \Rightarrow a_y = -3\left(\frac{\pi}{2}\right)^2\sin\beta$$

تحرك جسيم على مسار منحني وفق العلاقة $S = 12\sin\frac{t}{2}$ المطلوب:

عند ما تصبح سرعته $v = 3\,m/sec$ و $\rho = 6m$

احسب التسارع؟

Scanned by CamScanner



$$A = A^n + A_t$$

$$a^n = \frac{v^2}{\rho} = \frac{3^2}{6} = \frac{3}{2} \ m/sec$$

$$a^t = \frac{dv}{dt}$$

$$v_t = 6\cos\frac{t}{2}$$

$$\Rightarrow a^t = -3\sin\frac{t}{2}$$

طلب الزمن: نعوض:

$$3 = 6\cos\frac{t}{2} \Rightarrow \cos\frac{t}{2} = \frac{1}{2}$$

$$\frac{t}{2} = 60 \Rightarrow \boxed{t = 120\,s}$$

$$\Rightarrow a_t = -3\sin\frac{120}{2} = \frac{-3\sqrt{3}}{2} \Rightarrow a = \sqrt{a_n^2 + a_t^2}$$

$$a = \sqrt{\left(\frac{3}{2}\right)^2 + \left(\frac{-3\sqrt{3}}{2}\right)^2} \simeq 2{,}9 \ m/sec^2$$

ملاحظة في نقطة الانعطاف $A = a_t$ كلي.

≠ VIVA RBC's =$\ddot{\smile}$=

Scanned by CamScanner